

М-11-5

Ак

Муниципальный этап
всероссийской олимпиады по

МАТЕМАТИКЕ

ШИФР М-11-5

Фамилия, имя Щелудько Никита

Класс 11 Школа МБОУ. Лицей

Дата **15 ноября 2022 г.**

Количество баллов 18

% выполнения 51%

Савина И.А.,

председатель

Костюкевич Л.А.

Пинчук Н.В.

Шабанова Н.С.

Бондаренко А.Е.

Файнберг Н.А.

Васильева О.В.

Балакина Г.А.

Гейченко Н.А.

Папка О.В.

~4

$$\begin{cases} [x]^4 + [y]^4 + [z]^4 \geq 243 \\ x + y + z = 11 \end{cases}$$

$$243 = 3^5 = 3^4 + 3^4 + 3^4$$

Пусть $x, y, z = 3 \Rightarrow 3 + 3 + 3 = 9$

~~одно из к.~~ $9 < 11 \Rightarrow$ ~~одно из к.~~ ~~не подходит~~

больше 3, ~~Решения 4; 256, 40~~

Это подходит под условие $[x]^4 + [y]^4 + [z]^4 \geq 243$

$$[4]^4 + [4]^4 + [3]^4 = 255 \geq 243 \quad 255 > 243$$

$$\begin{cases} 4 + 4 + 3 = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [3]^4 + [3]^4 + [3]^4 = 243 \end{cases}$$

$$243 = 243$$

$$\begin{cases} 3,9 + 3,9 + 3,2 = 11 \end{cases}$$

(4)

$$\begin{cases} [10]^4 + [2]^4 + [-1]^4 = 10017 \end{cases}$$

$$10017 > 11$$

$$\begin{cases} 10 + 2 - 1 = 11 \end{cases}$$

$$(x^2+1)(x^2+x+1) \stackrel{-2}{=} 2x^2$$

$$x^4 + x^3 + x^2 + x^2 + x + 1 = 2x^2$$

$$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 2x^2$$

$$x^4 + x^3 + x + 1 = 0$$

~~$$x^3(x+1) + x+1 = 0$$~~

~~$$x(x^3 + x^2 + 1) = -1 = 0$$~~

$$x = -1$$

или

$$x^3 + x^2 + 1 = -1$$

$$x^3 + x^2 = -2$$

$$x^2(x+1) = -2$$

$$x_{1,2} = \pm 2$$

или

$$x+1 = 2$$

$$x = 1$$

Проверка

$$x = -1$$

подставляем

$$(1+1)(1-1+1) = 2 \cdot 1$$

$$2 \cdot 1 = 2 \cdot 1$$

$$x = -2 \text{ не подходит}$$

$$(4+1)(4-2+1) = 8$$

$$5 \cdot 3 \neq 8$$

$$x = 2: (4+1)/(4+2+1) = 8$$

не подходит

$$5 \cdot 7 \neq 8$$

$$x = 1 \text{ не подходит}$$

$$(1+1)/(1+1+1) = 2$$

$$2 \cdot 3 = 2$$

$$x + \frac{1}{x}$$

при $x = -1$

$$-1 + \frac{1}{-1} = -2$$

$$\text{Ответ: } -2$$

~3

a_1, a_2, \dots, a_n $\sin a_1, \sin a_2, \dots, \sin a_n$
арифметическая прогрессия

$$\sin a_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin a_n = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{прогрессия убывающая} \quad (2)$$

$$\sin a_2 = 0$$

$$\text{Ответ: } \sin a_2 = 0$$

~1

~~Итого~~ $n = 30$

$$\begin{cases} 30 : 9 = 3 \text{ ост } 3 \\ 30 : 14 = 2 \text{ ост } 2 \end{cases}$$

$$30 : 14 = 2 \text{ ост } 2$$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 9} \\ - 27 \overline{) 3} \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 14} \\ - 28 \overline{) 2} \\ \hline 2 \end{array}$$

Ответ: $n = 30$, т.к.

Итого $n = 30$

$$30 : 9 = 3 \text{ ост } 3$$

$$30 : 14 = 2 \text{ ост } 2$$

5

По условию задачи неполн. частное равно остатку. Условие соблюдается при $n = 30$

Ответ: $n = 30$

5

$$f(x,y) = 4x^2 + xy + y^2 + 14x + 2y + 4 \leq 0$$

$$f(x,y) = 0 \quad 4x^2 + xy + y^2 + 14x + 2y + 4 = 0$$

$$4x^2 + 14x + 4 = -xy - y^2 - 2y$$

$$4x(x + \frac{7}{2}) + 4 = y(-x - y - 2)$$

0